

MATEMATIKA

Išplėstinio kurso brandos egzamino užduoties pavyzdžio

PRIEDAS

Greitosios daugybos formulės: $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

Aritmetinė progresija: $a_n = a_1 + d(n-1)$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$.

Geometrinė progresija: $b_n = b_1 q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1 - qb_n}{1-q} = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$.

Nykstamoji geometrinė progresija: $S = \frac{b_1}{1-q}$.

Sudėtinių procentų formulė: $S_n = S \left(1 \pm \frac{p}{100}\right)^n$; čia S – pradinis dydis, p – procentai, n – kartai.

Pagrindinės logaritmų savybės: $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$, $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$, $\log_a x^k = k \log_a x$,

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_{a^k} x = \frac{1}{k} \log_a x$.

Trikampis: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$, $\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R$,

$S = \frac{1}{2} ab \sin \angle C = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R}$;

čia a, b, c – trikampio kraštinių ilgių, $\angle A, \angle B, \angle C$ – prieš jas esančių kampų didumai,

p – pusperimetris, r ir R – įbrėžtinio ir apibrėžtinio apskritimų spindulių ilgių, S – trikampio plotas.

Ritinis: $S_{\text{son. pav.}} = 2\pi RH$, $V = \pi R^2 H$; čia R – pagrindo spindulio ilgis, H – aukštinės ilgis.

Kūgis: $S_{\text{son. pav.}} = \pi Rl$, $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$; čia R – pagrindo spindulio ilgis, l – sudaromosios ilgis, H – aukštinės ilgis.

Rutulys: $S = 4\pi R^2$, $V = \frac{4}{3} \pi R^3$; čia R – spindulio ilgis.

Piramidės tūris: $V = \frac{1}{3} SH$; čia S – pagrindo plotas, H – aukštinės ilgis.

Nupjautinis kūgis: $S_{\text{son. pav.}} = \pi(R+r)l$, $V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + Rr + r^2)$; čia R ir r – pagrindų spindulių ilgių,

l – sudaromosios ilgis, H – aukštinės ilgis.

Nupjautinės piramidės tūris: $V = \frac{1}{3} H(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$; čia S_1, S_2 – pagrindų plotai, H – aukštinės ilgis.

Rutulio nuopjova: $S = 2\pi RH$, $V = \frac{1}{3} \pi H^2(3R - H)$; čia R – spindulio ilgis, H – nuopjovos aukštinės ilgis.

Plokštumos vektoriaus ilgis: $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$; čia $\vec{a} = (x; y)$.

Vektorių skaliarinė sandauga: $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$; čia α – kampo tarp vektorių $\vec{a} = (x_1; y_1)$ ir $\vec{b} = (x_2; y_2)$ didumas.

Trigonometrinių funkcijų sąryšiai: $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$, $\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$,

$$\operatorname{tg}(2\alpha) = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}, \quad \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta, \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}.$$

Trigonometrinių lygtys:

kai $-1 \leq a \leq 1$:

$$\sin x = a,$$

$$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k; \text{ čia } k \in \mathbf{Z}.$$

kai $-1 \leq a \leq 1$:

$$\cos x = a,$$

$$x = \pm \arccos a + 2\pi k; \text{ čia } k \in \mathbf{Z}.$$

kai $a \in \mathbf{R}$:

$$\operatorname{tg} x = a,$$

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi k; \text{ čia } k \in \mathbf{Z}.$$

Trigonometrinių funkcijų reikšmių lentelė

α laipsniais	0°	30°	45°	60°	90°
α radianais	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-

Išvestinių skaičiavimo taisyklės: $(cf(x))' = cf'(x)$; čia c – konstanta, $(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$,

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) \pm f(x) \cdot g'(x), \quad \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}.$$

Funkcijų išvestinės: $(\sin x)' = \cos x$, $(\cos x)' = -\sin x$, $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $(a^x)' = a^x \ln a$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$.

Sudėtinės funkcijos išvestinė: $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.

Funkcijos grafiko liestinės taške $(x_0; f(x_0))$ lygtis: $y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$.

Integralas: $\int a dx = ax + C$; čia a – konstanta, $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$; čia $n \neq -1$, $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$,

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad \int \sin dx = -\cos x + C, \quad \int \cos dx = \sin x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C.$$

Funkcijos $y = f(kx + b)$ pirmąją funkcija: $y = \frac{1}{k} F(kx + b)$.

Niutono-Leibnico formulė: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

Sukinio tūris: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Derinių skaičius: $C_n^k = C_n^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Gretinių skaičius: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Tikimybių teorija: $\mathbf{E}X = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$, $\mathbf{D}X = (x_1 - \mathbf{E}X)^2 p_1 + (x_2 - \mathbf{E}X)^2 p_2 + \dots + (x_n - \mathbf{E}X)^2 p_n$.

Bernulio formulė: $\mathbf{P}(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$.

Niutono binomo formulė: $(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + b^n$.